

# MODEL PENGENDALIAN ALAMI PENYAKIT EMBUN JELAGA OLEH JAMUR *CAPNADIUM SP* PADA TANAMAN CENGKEH MENGGUNAKAN KUMBANG HELM *CYCLONEDA SPP* SEBAGAI PREDATOR KUTU DAUN (*COCCOUS VIRIDIS GREEN*)

Sudirman<sup>1</sup>, R. Ratianingsih<sup>2</sup>, dan J. W. Puspita<sup>3</sup>

Program Studi Matematika Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Tadulako  
Jalan Soekarno-Hatta Km. 09 Tondo, Palu 94118, Indonesia.

<sup>1</sup>sudirmanfelisfuzy13@gmail.com, <sup>2</sup>Ratianingsih@yahoo.com, <sup>3</sup>Juni.wpuspita@yahoo.com

## ABSTARCT

Soot dew disease is one of the clove plant diseases caused by fungi *Capnadium sp.* fungus *Capnadium sp* living on filth of aphids *Coccous Viridis Green*. The fungus is spread by vectors of black ants that exist on a clove vulnerable. To control the disease naturally, people utilize the helmet beetles *Cycloneda spp* as a pest predator of aphids *Coccous Viridis Green*. The mathematical models that represent the natural control of the disease was adapted from the SI model. The model provides 9 exiting critical points which describes the state of the system. The results of the stability analysis of the critical points using the method of Linearization and Routh-*Hurwitz* shows that there are 4 disease-free critical points such that the solution can be maintained in the neighbourhood of the critical points. All endemic critical points are unstable such that the solution will leave the critical points. Simulation at the endemic critical points indicates the existence of helmet beetles *Cycloneda spp* population that able to suppress the spread of this disease by preying aphids *Coccus Viridis Green*.

**Keywords** : Dew Soot, Helmet Beetles, Aphids, Mathematical Models.

## ABSTRAK

Penyakit embun jelaga adalah salah satu penyakit pada tanaman cengkeh yang disebabkan oleh jamur *Capnadium sp.* Jamur *Capnadium sp* hidup dari kotoran hama kutu daun *Coccous Viridis Green*. Jamur tersebut disebarkan oleh vektor semut hitam pada cengkeh rentan. Pengendalian penyakit ini dilakukan secara alami dengan memanfaatkan kumbang helm *Cycloneda spp* sebagai predator hama kutu daun *Coccous Viridis Green*. Model matematika yang merepresentasikan pengendalian alami penyakit ini diadaptasi dari model SI. Model tersebut memberikan 9 titik kritis eksis yang menggambarkan keadaan sistem. Hasil dari analisa kestabilan sistem di titik kritis menggunakan metoda Linearisasi dan Routh-*Hurwitz* memperlihatkan 4 titik kritis bebas penyakit adalah stabil sehingga solusi sistem dapat dipertahankan menuju titik kritis. Semua titik kritis endemik tidak stabil sehingga solusi sistem akan meninggalkan titik kritis. Simulasi pada titik kritis endemik menunjukkan eksistensi populasi kumbang helm *Cycloneda spp* mampu menekan penyebaran penyakit ini dengan cara memangsa hama kutu daun *Coccus Viridis Green*.

**Kata Kunci** : Embun Jelaga, Kumbang Helm, Kutu Daun, Model Matematika.

## I. PENDAHULUAN

Tanaman cengkeh yang dikenal dengan nama latin *Syzygium Aromaticum* merupakan tanaman asli Indonesia yang berasal dari Kepulauan Maluku. Tanaman Cengkeh di Indonesia menjadi salah satu komoditi perkebunan yang penting untuk bahan baku industri dan menjadi sumber pendapatan bagi petani. Cengkeh memiliki banyak manfaat, selain sebagai rempah-rempah, juga sebagai bahan obat-obatan (obat gigi, obat radang, obat pernapasan, dan baik untuk kesehatan jantung), bahan baku rokok kretek, parfum, pengawet makanan, dan biopestisida. Berkembangnya industri rokok kretek pada tahun 1930-an serta tingginya nilai manfaat yang dimilikinya mengakibatkan kebutuhan cengkeh semakin meningkat (Mariana, 2013).

Meningkatnya areal pertanaman cengkeh diikuti oleh peningkatan masalah yang disebabkan oleh hama dan penyakit. Salah satu penyakit penting yang menyerang tanaman cengkeh (*Syzygium Aromaticum*) yaitu penyakit embun jelaga yang disebabkan oleh jamur *Capnadium sp.* Penyebab tidak langsung terjangkitnya penyakit ini adalah adanya koloni kutu daun (*Coccus Viridis Green*) yang berperan sebagai hama dengan cara menyerang daun merusak ranting dan pada kondisi parah dapat menyebabkan kematian pada tanaman cengkeh. Kutu daun (*Coccus Viridis Green*) tersebut sekaligus berperan dalam penyediaan makanan bagi jamur *Capnadium sp* melalui kotorannya yang disebut sebagai embun madu (Mariana, 2013). Menurut (Indriati dkk, 2007) Penurunan produksi tanaman cengkeh akibat jamur *Capnadium sp* dapat mencapai 33,68% - 50%.

Jamur *Capnadium sp* disebarkan ke seluruh daun cengkeh oleh vektor semut hitam yang juga ikut menjadikan embun madu (kotoran kutu daun) sebagai sumber makanan karena mengandung glukosa. Pengendalian penyakit embun jelaga bergantung pada pengendalian kutu daun (*Coccus Viridis Green*) karena jamur *Capnadium sp* hidup dari cairan (embun madu) yang dikeluarkannya (Panggalo, 2014). Selain itu, embun madu tersebut merupakan alasan berkumpulnya banyak vektor semut hitam. Kumbang helm *Cycloneda spp* merupakan musuh alami yang paling ampuh terhadap kutu daun (*Coccus Viridis Green*) sehingga dapat dimanfaatkan untuk pengendalian penyakit ini (Ernawati, dan Yuniarti, 2014).

Penelitian ini mengkaji model matematika pengendalian alami penyebaran penyakit embun jelaga yang dibangun berdasarkan fakta-fakta serta asumsi-asumsi yang ada melalui pengadaptasian dari model SI (*Susceptible Infective*). Selanjutnya dilakukan analisa kestabilan terhadap model matematika di sekitar titik kritis yang merepresentasikan kondisi bebas penyakit dan endemik menggunakan metode Linearisasi dan Routh-Hurwitz. Analisis terhadap model matematika pengendalian alami penyakit embun jelaga ini dapat dijadikan pembenaran terhadap potensi kumbang helm *Cycloneda spp* dalam pengendalian penyebaran penyakit tersebut pada tanaman cengkeh.

## II. METODE PENELITIAN

Pemodelan Matematika adalah proses mengkonstruksi suatu fenomena alam yang terjadi didalam kehidupan sehari-hari dan diformulasikan ke dalam masalah matematika yang selanjutnya di sebut sebagai model matematika. Sehingga dapat dilakukan pendekatan solusi matematika untuk memperoleh suatu penyelesaian masalah nyata yang dibangun dari model matematika tersebut.

Pada penelitian ini, model matematika dari dinamika pengendalian alami penyakit embun jelaga dilakukan dengan menganalisa kestabilan disekitar titik kritis yang ditentukan oleh nilai eigen dari akar-akar polinomialnya.

Jika  $A$  adalah suatu matriks  $n \times n$  maka sebuah vektor tak nol  $\bar{x}$  pada  $R^n$  disebut vektor eigen dari  $A$  jika  $A\bar{x}$  merupakan suatu penggandaan skalar dari  $\bar{x}$ , yakni

$$A\bar{x} = \lambda\bar{x}. \tag{1}$$

Skalar  $\lambda$  disebut nilai eigen dari  $A$ , dan  $\bar{x}$  disebut suatu vektor eigen dari matriks  $A$  yang berpadanan terhadap  $\lambda$ . Nilai eigen dari matriks  $A_{n \times n}$  dapat diperoleh dengan cara menuliskan kembali persamaannya sebagai berikut :

$$(A - \lambda I)\bar{x} = 0. \tag{2}$$

Agar supaya  $\lambda$  menjadi nilai eigen, maka harus ada pemecahan tak nol dari persamaan ini. Persamaan tersebut akan memiliki pemecahan yang tak nol jika dan hanya jika

$$\text{Det}(A - \lambda I) = 0. \tag{3}$$

(Anton, 1992:278)

Kriteria kestabilan titik kritis ditentukan oleh setiap nilai eigen dari matriks  $A_{n \times n}$  berupa bilangan riil negatif atau bagian riil bernilai negatif. Jika salah satu atau lebih nilai eigen dari matriks  $A_{n \times n}$  berupa bilangan riil positif atau bagian riil bernilai positif maka titik kritis tidak stabil. Apabila nilai eigen dari persamaan (3) tidak dapat ditentukan secara langsung maka dapat diterapkan metode Routh-Hurwitz. Kriteria kestabilan Routh-Hurwitz merupakan suatu metode yang dapat menunjukkan kestabilan sistem dengan memperhatikan koefisien dari persamaan karakteristik tanpa menghitung akar-akar karakteristiknya secara langsung.

Tabel 1 : Kriteria Routh-Hurwitz

$\lambda^n$	$a_n$	$a_{n-2}$	$a_{n-4}$	...
$\lambda^{n-1}$	$a_{n-1}$	$a_{n-3}$	$a_{n-5}$	...
$\lambda^{n-2}$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	...
$\lambda^{n-3}$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	...
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	
$\lambda^0$		$q$	$\vdots$	

Sumber: Subiono, 2013

Jika diberikan persamaan karakteristik berikut:

$$p(\lambda) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + a_{n-2} \lambda^{n-2} + \dots + a_1 \lambda + a_0. \quad (4)$$

Nilai dari  $b_1, b_2, c_1$ , dan  $c_2$  diperoleh dari perhitungan sebagai berikut :

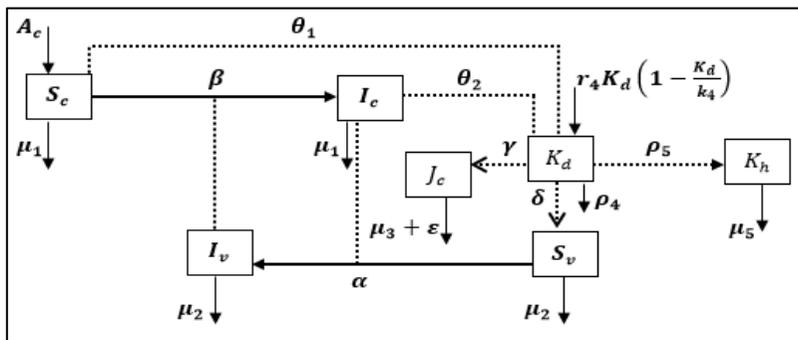
$$b_1 = \frac{a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}, b_2 = \frac{a_{n-1} a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}, c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - b_2 a_{n-1}}{b_1}, c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - b_3 a_{n-1}}{b_1}.$$

Sistem dikatakan stabil apabila tidak ada perubahan tanda yang terjadi dalam kolom pertama pada tabel Kriteria Routh-*Hurwitz* yaitu semua bertanda positif atau semua bertanda negatif.

### III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model dinamika dari pengendalian penyakit embun jelaga pada tanaman cengkeh dibangun berdasarkan fakta-fakta dan asumsi-asumsi yang telah diadaptasi mengikuti model SI (Nugroho, 2009). Terdapat 5 populasi yang diamati yaitu populasi tanaman cengkeh yang terbagi menjadi dua subpopulasi yaitu populasi tanaman cengkeh yang rentan ( $S_c$ ) dan populasi yang terinfeksi penyakit embun jelaga ( $I_c$ ), populasi kutu daun (*Coccus Viridis Green*) ( $K_d$ ), populasi jamur *Capnadium sp* ( $J_c$ ), populasi vektor semut hitam yang dibagi ke dalam dua subpopulasi yaitu populasi semut yang rentan membawa jamur ( $S_v$ ) dan populasi semut yang telah membawa jamur ( $I_v$ ), serta populasi predator kumbang helm *Cycloneda spp* ( $K_h$ ) sebagai pemangsa hama kutu daun (*Coccus Viridis Green*).

Pertumbuhan, perpindahan, kematian serta interaksi dari masing-masing populasi yang berperan dalam pengendalian alami penyebaran penyakit embun jelaga tanaman cengkeh dinyatakan dalam diagram transfer pada Gambar 1.



Gambar 1 : Diagram Kompartemen Pengendalian Penyakit Embun Jelaga

Dari diagram tersebut dapat dirumuskan sistem persamaan diferensial untuk model pengendalian alami penyakit embun jelaga sebagai berikut :

$$\frac{dS_c}{dt} = A_c - \mu_1 S_c - \beta \frac{S_c I_v}{N_c} - \theta_1 \frac{S_c K_d}{N_c} \quad (5)$$

$$\frac{dI_c}{dt} = \beta \frac{S_c I_v}{N_c} - \mu_1 I_c - \theta_2 \frac{I_c K_d}{N_c} \quad (6)$$

$$\frac{dS_v}{dt} = \delta S_v K_d - \mu_2 S_v - \alpha \frac{S_v I_c}{N_v} \quad (7)$$

$$\frac{dI_v}{dt} = \alpha \frac{S_v I_c}{N_v} - \mu_2 I_v \quad (8)$$

$$\frac{dJ_c}{dt} = \gamma J_c K_d - \varepsilon J_c^2 - \mu_3 J_c \quad (9)$$

$$\frac{dK_d}{dt} = r_4 K_d \left(1 - \frac{K_d}{k_4}\right) - \rho_4 K_h K_d \quad (10)$$

$$\frac{dK_h}{dt} = \rho_5 K_h K_d - \mu_5 K_h \quad (11)$$

Tabel 2 : Deskripsi Parameter

Parameter	Deskripsi	Nilai	Sumber	Dimensi
$A_c$	Tingkat rekrutmen tanaman cengkeh	1000	Asumsi	Populasi
$\gamma$	Laju pertumbuhan jamur <i>Capnadium sp</i> akibat embun madu	Asumsi sesuai syarat eksis dan stabil	–	Bulan
$\delta$	Laju pertumbuhan semut hitam akibat embun madu	0.0015	Wijaya, 2007	Bulan
$\beta$	Laju transisi subpopulasi cengkeh rentan ke subpopulasi terinfeksi	Asumsi sesuai syarat eksis dan stabil	–	Bulan
$r_4$	Laju kelahiran konstan	0.004	Rismayani dkk, 2013	Bulan
$k_4$	<i>Carrying Capacity</i>	Asumsi sesuai syarat eksis dan stabil	–	Populasi
$\rho_5$	Laju pertumbuhan kumbang helm akibat memangsa kutu daun	0.004	Agus dan Sudarmaji, 2009	Bulan
$\alpha$	Laju transisi dari subpopulasi semut hitam bebas jamur ke subpopulasi pembawa jamur	Asumsi sesuai syarat eksis dan stabil	–	Bulan
$\theta_1$	Peluang laju kematian subpopulasi cengkeh rentan akibat hama kutu daun	Asumsi sesuai syarat eksis dan stabil	–	Bulan
$\theta_2$	Peluang laju kematian subpopulasi cengkeh	Asumsi sesuai syarat eksis dan stabil	–	Bulan

	rentan ke subpopulasi terinfeksi			
$\rho_4$	Laju kematian kutu daun <i>Coccous Viridis Green</i> akibat dimangsa kumbang helm <i>Cycloneda spp</i>	0.001	Panggalo dkk, 2014	Bulan
$\varepsilon$	Laju kematian jamur <i>Capnadium sp</i> akibat persaingan makanan (embun madu)	Asumsi sesuai syarat eksis dan stabil	–	Bulan
$\mu_1$	Laju kematian alami tanaman cengkeh	$\frac{1}{100 \times 12}$	$\frac{1}{life\ time}$	Bulan
$\mu_2$	Laju kematian alami vektor semut hitam	$\frac{1}{2 \times 12}$	Wijaya, 2007	Bulan
$\mu_3$	Laju kematian alami jamur <i>Capnadium sp</i>	Asumsi sesuai syarat eksis dan stabil	$\frac{1}{life\ time}$	Bulan
$\mu_5$	Laju kematian alami kumbang helm <i>Cycloneda spp</i>	0.2	Mawarsih, 2011	Bulan

### 3.1. Menentukan Titik Kritis

Titik kritis dari sistem persamaan (5) – (11) dapat diperoleh dengan memandang sistem sebagai suatu keadaan setimbang, yaitu apabila  $\frac{dS_c}{dt} = 0$ ,  $\frac{dI_c}{dt} = 0$ ,  $\frac{dS_v}{dt} = 0$ ,  $\frac{dI_v}{dt} = 0$ ,  $\frac{dJ_c}{dt} = 0$ ,  $\frac{dK_d}{dt} = 0$ , dan  $\frac{dK_h}{dt} = 0$ . Sehingga menghasilkan 5 titik kritis eksis dengan syarat yang menggambarkan kondisi bebas penyakit sebagai berikut :

$$T_1 = \left( \frac{A_c}{\mu_1}, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \right), T_5 = \left( \frac{A_c N_c}{N_c \mu_1 + \theta_1 k_4}, 0, 0, 0, k_4, 0 \right), T_6 = \left( \frac{A_c N_c \rho_5}{N_c \mu_1 \rho_5 - \theta_1 \mu_5}, 0, 0, 0, 0, \frac{\mu_5}{\rho_5}, \frac{r_4 (k_4 \rho_5 - \mu_5)}{\rho_5 \rho_4 k_4} \right),$$

$$T_7 = \left( \frac{A_c N_c}{\mu_1 N_c + \theta_1 k_4}, 0, 0, 0, \frac{\gamma k_4 - \mu_3}{\varepsilon}, k_4, 0 \right), T_8 = \left( \frac{A_c N_c \rho_5}{\mu_1 N_c \rho_5 + \theta_1 \mu_5}, 0, 0, 0, \frac{\gamma \mu_5 - \mu_3 \rho_5}{\varepsilon \rho_5}, \frac{\mu_5}{\rho_5}, \frac{r_4 (k_4 \rho_5 - \mu_5)}{\rho_5 \rho_4 k_4} \right).$$

4 titik kritis eksis dengan syarat yang menggambarkan kondisi endemik sebagai berikut :

$$T_9 = \left( \frac{(-\mu_1 (k_4 \delta - \mu_2) N_v + A_c \alpha) - k_4 \theta_2 N_v (k_4 \delta - \mu_2)}{\mu_1 N_c + \theta_1 k_4}, \frac{(\delta k_4 - \mu_2) N_v}{\alpha}, \frac{\mu_2 N_v (\mu_1 N_c + \theta_2 k_4) (\mu_1 N_c + \theta_1 k_4)}{(- (k_4 \theta_2 + \mu_1 N_c) (\delta k_4 - \mu_2) N_v + A_c N_c \alpha) \beta}, \right.$$

$$\left. \frac{N_v (\delta k_4 - \mu_2) (\mu_1 N_c + \theta_2 k_4) (\mu_1 N_c + \theta_1 k_4)}{(- (k_4 \theta_2 + \mu_1 N_c) (\delta k_4 - \mu_2) N_v + A_c N_c \alpha) \beta}, 0, k_4, 0 \right), T_{10} = \left( \frac{N_c (N_v \mu_2 \mu_1 + A_c \alpha) \rho_5^2 - \mu_5 N_v (\delta \mu_1 N_c - \mu_2 \theta_2) \rho_5 - N_v \delta \mu_5^2 \theta_2}{N_v (\mu_5 \delta - \rho_5 \mu_2)}, \frac{\mu_2 N_v (N_c \mu_1 \rho_5 + \mu_5 \theta_2) (N_c \mu_1 \rho_5 + \theta_1 \mu_5)}{N_v (N_c \mu_1 \rho_5 + \mu_5 \theta_2) (N_c \mu_1 \rho_5 + \theta_1 \mu_5) (\mu_5 \delta - \rho_5 \mu_2)}, \right.$$

$$\left. \frac{\alpha \rho_5}{N_c (N_v \mu_2 \mu_1 + A_c \alpha) \rho_5^2 - \mu_5 N_v (\delta \mu_1 N_c - \mu_2 \theta_2) \rho_5 - N_v \delta \mu_5^2 \theta_2} \beta', \frac{N_c (N_v \mu_2 \mu_1 + A_c \alpha) \rho_5^2 - \mu_5 N_v (\delta \mu_1 N_c - \mu_2 \theta_2) \rho_5 - N_v \delta \mu_5^2 \theta_2}{N_c (N_v \mu_2 \mu_1 + A_c \alpha) \rho_5^2 - \mu_5 N_v (\delta \mu_1 N_c - \mu_2 \theta_2) \rho_5 - N_v \delta \mu_5^2 \theta_2} \rho_5 \beta \right.$$

$$\left. , 0, \frac{\mu_5}{\rho_5}, \frac{r_4 (k_4 \rho_5 - \mu_5)}{\rho_5 \rho_4 k_4} \right), T_{11} = \left( \frac{(-\mu_1 (\delta k_4 - \mu_2) N_v + \alpha A_c) N_c - k_4 \theta_2 N_v (\delta k_4 - \mu_2)}{(\mu_1 N_c + \theta_1 k_4) \alpha}, \frac{(\delta k_4 - \mu_2) N_v}{\alpha}, \frac{\mu_2 N_v (k_4 \theta_2 + N_c \mu_1) (N_c \mu_1 + \theta_1 k_4)}{(- (k_4 \theta_2 + N_c \mu_1) (k_4 \delta - \mu_2) N_v + A_c N_c \alpha) \beta}, \right.$$

$$\left. \frac{N_v (k_4 \theta_2 + N_c \mu_1) (N_c \mu_1 + \theta_1 k_4) (k_4 \delta - \mu_2)}{(- (k_4 \theta_2 + N_c \mu_1) (k_4 \delta - \mu_2) N_v + A_c N_c \alpha) \beta}, \frac{\gamma k_4 - \mu_3}{\varepsilon}, k_4, 0 \right), T_{12} =$$

$$\left( \frac{N_c (N_v \mu_2 \mu_1 + A_c \alpha) \rho_5^2 - \mu_5 N_v (\delta \mu_1 N_c - \mu_2 \theta_2) \rho_5 - N_v \delta \mu_5^2 \theta_2}{(N_c \mu_1 \rho_5 + \theta_1 \mu_5) \alpha \rho_5}, \right.$$

$$\left( \frac{N_V(\mu_5\delta - \rho_5\mu_2)}{\alpha\rho_5}, \frac{\mu_2 N_V(N_C\mu_1\rho_5 + \mu_5\theta_2)(N_C\mu_1\rho_5 + \theta_1\mu_5)}{\beta(N_C(N_V\mu_2\mu_1 + A_C\alpha)\rho_5^2 - \mu_5 N_V(\delta\mu_1 N_C - \mu_2\theta_2)\rho_5 - N_V\delta\mu_2^2\theta_2)}, \frac{N_V N_C\mu_1(\mu_5\delta - \rho_5\mu_2)\rho_5 + N_V\theta_2\mu_5(\mu_5\delta - \rho_5\mu_2)}{\alpha S_C\rho_5^2\beta}, \frac{\gamma\mu_5 - \mu_3\rho_5}{\rho_5\varepsilon}, \frac{\mu_5}{\rho_5}, \frac{r_4(k_4\rho_5 - \mu_5)}{\rho_5\rho_4 k_4} \right).$$

Titik kritis  $T_1, T_5, T_6, T_7$  dan  $T_8$  menggambarkan kondisi bebas penyakit karena tidak terdapat subpopulasi cengkeh terinfeksi dan subpopulasi semut pembawa jamur *Capnadium sp* yaitu  $I_C^* = 0$  dan  $I_V^* = 0$ . Sementara titik kritis kondisi endemik terdapat subpopulasi cengkeh terinfeksi ( $I_C^* \neq 0$ ) dan subpopulasi semut pembawa jamur *Capnadium sp* ( $I_V^* \neq 0$ ). Untuk titik kritis  $T_6$  sampai  $T_{12}$  merupakan titik kritis yang dapat dijamin keeksistensinya dengan memberikan syarat eksis sebagai berikut :

$$k_4 > \sup \left\{ \frac{\mu_5}{\rho_5}, \frac{\mu_3}{\gamma}, \frac{\mu_2}{\delta} \right\} \quad \text{dan} \quad \frac{\rho_5}{\mu_5} < \inf \left\{ \frac{\gamma}{\mu_3}, \frac{\delta}{\mu_2} \right\} \quad \text{dan} \quad A_C > \sup \left\{ \frac{(k_4\delta - \mu_2)(k_4\theta_2 + \mu_1 N_C) N_V}{N_C\alpha}, \frac{N_V(\mu_1 N_C\rho_5 + \mu_5\theta_2)(-\rho_5\mu_2 + \mu_5\delta)}{N_C\rho_5^2\alpha} \right\}.$$

### 3.2. Analisis Kestabilan Titik Kritis

Dengan melakukan linearisasi terhadap model matematika pengendalian alami penyakit embun jelaga di masing-masing titik kritis yang eksis diperoleh titik kritis  $T_1, T_5, T_6, T_7$  dan  $T_8$  adalah titik kritis yang stabil menggunakan syarat dan memenuhi kriteria Routh-*Hurwitz*. Untuk titik kritis kondisi endemik yaitu  $T_9, T_{10}, T_{11}$  dan  $T_{12}$  merupakan titik kritis yang tidak stabil karena tidak memenuhi kriteria Routh-*Hurwitz*. Syarat kestabilan dari titik kritis yang menggambarkan kondisi bebas penyakit dapat dilihat pada Tabel 3.

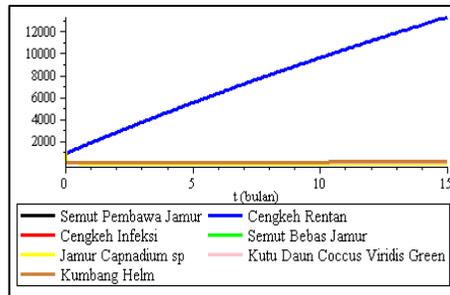
Tabel 3 : Syarat Kestabilan

Titik Kritis	Syarat Kestabilan	Keterangan
$T_5$	$\delta < \frac{\mu_2}{k_4}, \rho_5 < \frac{\mu_5}{k_4}$ dan $\gamma < \frac{\mu_3}{k_4}$	Stabil
$T_6$	$\frac{\delta}{\rho_5} < \frac{\mu_2}{\mu_5}$ dan $\frac{\gamma}{\rho_5} < \frac{\mu_3}{\mu_5}$	Stabil
$T_7$	$\delta < \frac{\mu_2}{k_4}$ dan $\rho_5 < \frac{\mu_5}{k_4}$	Stabil
$T_8$	$\frac{\delta}{\rho_5} < \frac{\mu_2}{\mu_5}$	Stabil

### 3.3. Simulasi Titik Kritis

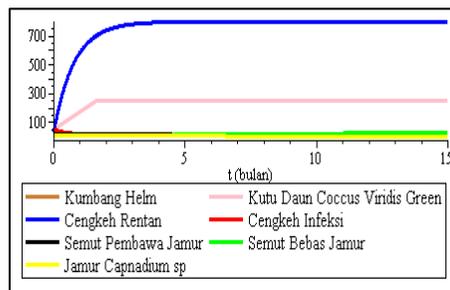
Simulasi dari dinamika pengendalian alami penyakit embun jelaga pada tanaman cengkeh dapat dilakukan dengan memberikan nilai-nilai parameter yang memenuhi syarat eksistensi dan syarat stabil dari titik kritis. Tabel 2 merupakan nilai parameter yang digunakan untuk melakukan simulasi. Simulasi dari dinamika pengendalian alami penyakit embun jelaga pada tanaman cengkeh juga dilakukan dengan memberikan nilai awal untuk semua variabel terhadap masing-masing titik kritis yang digunakan untuk menggambarkan kurva-kurva pada simulasi.

Gambar 2 merupakan simulasi titik kritis  $T_1$  yang menggambarkan kondisi bebas penyakit. Parameter yang digunakan sesuai syarat eksis dan stabil untuk titik kritis  $T_1$  yaitu  $\gamma = 0.0037$ ,  $\beta = 0.000032$ ,  $k_4 = 2000$ ,  $\alpha = 0.9$ ,  $\theta_1 = 0.071$ ,  $\theta_2 = 0.929$ ,  $\varepsilon = 0.0714$ ,  $\mu_3 = \frac{1}{21}$ . Grafik simulasi menginterpretasikan pertumbuhan subpopulasi cengkeh rentan yang terus meningkat seiring semakin bertambahnya waktu. Hal ini disebabkan karena menurunnya populasi-populasi penghambat pertumbuhan subpopulasi cengkeh rentan tersebut, seperti populasi hama kutu daun *Coccus Viridis Green* dan populasi jamur *Capnadium sp* dari banyaknya populasi awal yang diberikan pada saat  $t = 0$ , serta menurunnya subpopulasi vektor semut hitam sebagai penyebar penyakit embun jelaga.



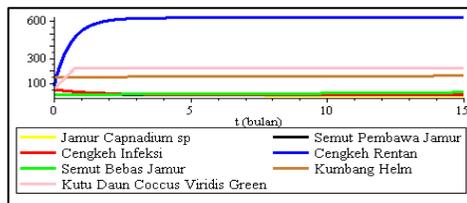
Gambar 2 : Kurva Simulasi Titik Kritis  $T_1$

Gambar 3 merupakan simulasi titik kritis  $T_5$  yang menggambarkan kondisi bebas penyakit. Parameter yang digunakan sesuai syarat eksis dan stabil untuk titik kritis  $T_5$  yaitu  $\gamma = 0.00028$ ,  $\beta = 0.073$ ,  $k_4 = 2500$ ,  $\alpha = 0.048$ ,  $\theta_1 = 0.50$ ,  $\theta_2 = 0.50$ ,  $\varepsilon = 0.0099$ ,  $\mu_3 = 0.011$ . Grafik simulasi merepresentasikan pertumbuhan subpopulasi cengkeh rentan yang meningkat dan selanjutnya subpopulasi tersebut berjumlah tetap akibat eksistensi populasi hama kutu daun *Coccus Viridis Green* yang mengakibatkan sebagian anggota subpopulasi ini mengalami kematian karena serangannya. Simulasi memperlihatkan subpopulasi cengkeh terinfeksi mengalami penurunan jumlah subpopulasi disebabkan karena menurunnya jumlah populasi jamur *Capnadium sp* dan semut hitam.



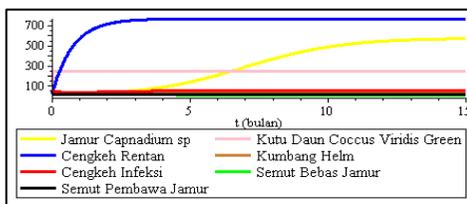
Gambar 3 : Kurva Simulasi Titik Kritis  $T_5$

Gambar 4 merupakan simulasi titik kritis  $T_6$  yang menggambarkan kondisi bebas penyakit. Parameter yang digunakan sesuai syarat eksis dan stabil untuk titik kritis  $T_6$  yaitu  $\gamma = 0.00028$ ,  $\beta = 0.073$ ,  $k_4 = 2500$ ,  $\alpha = 0.048$ ,  $\theta_1 = 0.71$ ,  $\theta_2 = 0.29$ ,  $\varepsilon = 0.0099$ ,  $\mu_3 = \frac{1}{900}$ . Grafik simulasi merepresentasikan pertumbuhan subpopulasi cengkeh rentan kemudian berjumlah tetap akibat eksistensi populasi hama kutu daun *Coccus Viridis Green*. Eksistensi populasi kumbang helm *Cycloneda spp* sebagai predator mampu menekan jumlah subpopulasi hama kutu daun *Coccus Viridis Green*. Simulasi memperlihatkan subpopulasi cengkeh terinfeksi mengalami penurunan jumlah subpopulasi disebabkan karena menurunnya jumlah populasi jamur *Capnadium sp* dan menurunnya pula jumlah subpopulasi semut hitam.



Gambar 4 : Kurva Simulasi Titik Kritis  $T_6$

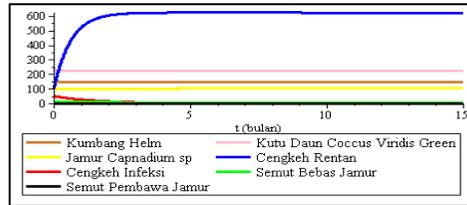
Gambar 5 merupakan simulasi titik kritis  $T_7$  yang menggambarkan kondisi bebas penyakit. Parameter yang digunakan sesuai syarat eksis dan stabil untuk titik kritis  $T_7$  yaitu  $\gamma = 0.0028$ ,  $\beta = 0.789$ ,  $k_4 = 2500$ ,  $\alpha = 0.048$ ,  $\theta_1 = 0.50$ ,  $\theta_2 = 0.50$ ,  $\varepsilon = 0.0011$ ,  $\mu_3 = \frac{1}{90}$ . Grafik simulasi merepresentasikan pertumbuhan subpopulasi cengkeh rentan yang meningkat dan kemudian berjumlah tetap akibat eksistensi populasi hama kutu daun *Coccus Viridis Green* dan masih mampu menahan eksistensi populasi jamur *Capnadium sp* dengan pertumbuhan hingga mencapai 550 individu dalam kurun waktu 13 bulan. Simulasi memperlihatkan subpopulasi cengkeh terinfeksi mengalami penurunan jumlah subpopulasi akibat menurunnya jumlah subpopulasi semut hitam pembawa jamur.



Gambar 5 : Kurva Simulasi Titik Kritis  $T_7$

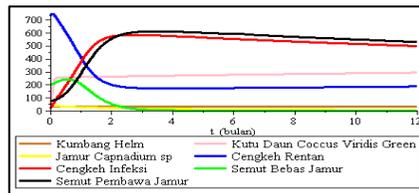
Gambar 6 merupakan simulasi titik kritis  $T_8$  yang menggambarkan kondisi bebas penyakit. Parameter yang digunakan sesuai syarat eksis dan stabil untuk titik kritis  $T_8$  yaitu  $\gamma = 0.00028$ ,  $\beta = 0.073$ ,  $k_4 = 2500$ ,  $\alpha = 0.048$ ,  $\theta_1 = 0.71$ ,  $\theta_2 = 0.29$ ,  $\varepsilon = 0.00011$ ,  $\mu_3 = \frac{1}{21}$ . Grafik simulasi merepresentasikan pertumbuhan subpopulasi cengkeh rentan yang meningkat kemudian berjumlah tetap akibat eksistensi populasi hama kutu daun *Coccus Viridis Green*. Eksistensi populasi kumbang helm *Cycloneda spp* sebagai predator mampu menahan laju

pertumbuhan populasi hama kutu daun *Coccous Viridis Green*. Simulasi memperlihatkan subpopulasi cengkeh terinfeksi mengalami penurunan jumlah subpopulasi yang disebabkan karena tetapnya jumlah populasi jamur *Capnadium sp* sebagai penginfeksi dan menurunnya pula jumlah subpopulasi semut hitam.



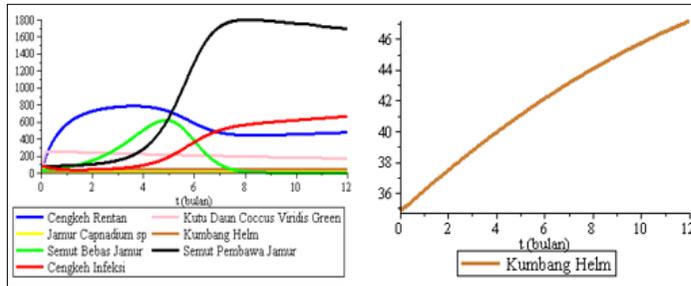
Gambar 6 : Kurva Simulasi Titik Kritis  $T_8$

Gambar 7 merupakan simulasi titik kritis  $T_9$  yang menggambarkan kondisi endemik. Parameter yang digunakan sesuai syarat eksis dan stabil untuk titik kritis  $T_9$  yaitu  $\gamma = 0.00028$ ,  $\beta = 0.073$ ,  $k_4 = 500$ ,  $\alpha = 0.48$ ,  $\theta_1 = 0.5$ ,  $\theta_2 = 0.5$ ,  $\varepsilon = 0.0099$ ,  $\mu_3 = \frac{1}{90}$ . Grafik simulasi menginterpretasikan pertumbuhan subpopulasi cengkeh rentan yang mengalami penurunan jumlah subpopulasi disebabkan oleh pertumbuhan subpopulasi semut pembawa jamur penginfeksi yang mengalami peningkatan jumlah subpopulasi dan eksistensi populasi hama kutu daun *Coccous Viridis Green*. Selanjutnya subpopulasi cengkeh rentan mengalami peningkatan kembali yang diakibatkan karena menurunnya jumlah subpopulasi vektor semut hitam.



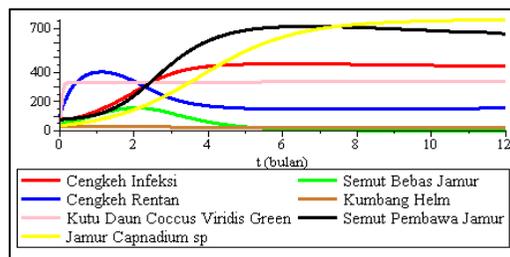
Gambar 7 : Kurva Simulasi Titik Kritis  $T_9$

Gambar 8 merupakan simulasi titik kritis  $T_{10}$  yang menggambarkan kondisi endemik. Parameter yang digunakan sesuai syarat eksis dan stabil untuk titik kritis  $T_{10}$  yaitu  $\gamma = 0.00028$ ,  $\beta = 0.073$ ,  $k_4 = 500$ ,  $\alpha = 0.49$ ,  $\theta_1 = 0.5$ ,  $\theta_2 = 0.5$ ,  $\varepsilon = 0.0099$ ,  $\mu_3 = \frac{1}{10}$ . Grafik simulasi menginterpretasikan pertumbuhan subpopulasi cengkeh rentan yang mengalami peningkatan jumlah subpopulasi kemudian mengalami penurunan jumlah subpopulasi yang disebabkan oleh eksistensi populasi hama kutu daun *Coccous Viridis Green* yang juga mengalami penurunan jumlah populasi akibat keberadaan populasi kumbang helm *Cycloneda spp* sebagai predator yang terus bertambah. Sehingga subpopulasi cengkeh rentan mengalami peningkatan jumlah subpopulasi kembali setelah melewati waktu 8 bulan.



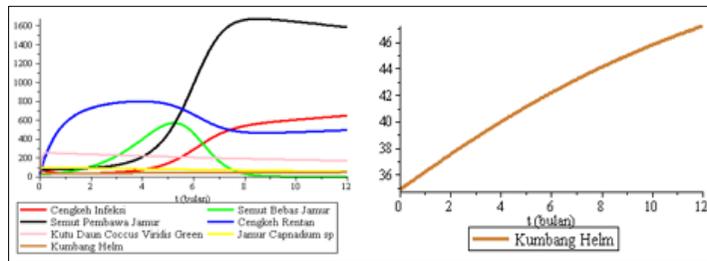
Gambar 8 : Kurva Simulasi Titik Kritis  $T_{10}$

Gambar 9 merupakan simulasi titik kritis  $T_{11}$  yang menggambarkan kondisi endemik. Parameter yang digunakan sesuai syarat eksis dan stabil untuk titik kritis  $T_{11}$  yaitu  $\gamma = 0.0028$ ,  $\beta = 0.73$ ,  $k_4 = 500$ ,  $\alpha = 0.48$ ,  $\theta_1 = 0.5$ ,  $\theta_2 = 0.5$ ,  $\varepsilon = 0.0011$ ,  $\mu_3 = \frac{1}{9}$ . Grafik simulasi menginterpretasikan pertumbuhan subpopulasi cengkeh rentan yang mengalami peningkatan jumlah subpopulasi. Selanjutnya subpopulasi tersebut mengalami penurunan jumlah subpopulasi yang disebabkan oleh eksistensi populasi jamur *Capnadium sp* sebagai penginfeksi yang terus mengalami pertumbuhan jumlah populasi seiring dengan bertambahnya waktu yang didukung oleh vektor semut hitam dalam penyebarannya. Selain itu, eksistensi populasi kutu daun *Coccus Viridis Green* juga mampu menurunkan jumlah subpopulasi cengkeh rentan akibat serangannya sebagai hama.



Gambar 9 : Kurva Simulasi Titik Kritis  $T_{11}$

Gambar 10 merupakan simulasi titik kritis  $T_{12}$  yang menggambarkan kondisi endemik. Parameter yang digunakan sesuai syarat eksis dan stabil untuk titik kritis  $T_{12}$  yaitu  $\gamma = 0.00028$ ,  $\beta = 0.073$ ,  $k_4 = 500$ ,  $\alpha = 0.49$ ,  $\theta_1 = 0.5$ ,  $\theta_2 = 0.5$ ,  $\varepsilon = 0.0001$ ,  $\mu_3 = \frac{1}{10}$ . Grafik simulasi menginterpretasikan pertumbuhan subpopulasi cengkeh rentan yang mengalami peningkatan jumlah subpopulasi selanjutnya mengalami penurunan jumlah subpopulasi yang disebabkan oleh eksistensi populasi hama kutu daun *Coccus Viridis Green* dengan pertumbuhan yang terus mengalami penurunan jumlah populasi akibat keberadaan populasi kumbang helm *Cycloneda spp* sebagai predator. Sehingga subpopulasi cengkeh rentan mengalami pertumbuhan jumlah subpopulasi kembali setelah melewati waktu 8 bulan.



Gambar 10 : Kurva Simulasi Titik Kritis  $T_{12}$

#### IV. KESIMPULAN

Penelitian ini telah mengkonstruksi model matematika dari pengendalian alami penyakit embun jelaga. Dari model matematika tersebut diperoleh 9 titik kritis yang dapat dijamin eksistensinya. Hasil uji kestabilan pada titik kritis dapat diketahui bahwa titik kritis bebas penyakit dapat menjadi stabil dengan menjamin beberapa titik kritis yang lain agar tidak eksis.

Sementara titik kritis endemik yang diperoleh adalah titik kritis yang tidak stabil sehingga memberikan peluang untuk menambahkan desain kontrol dengan metoda yang berbeda untuk mengendalikan penyebaran penyakit ini. Simulasi titik kritis yang menggambarkan kondisi endemik pada hasil penelitian menunjukkan bahwa eksistensi populasi kumbang helm *Cycloneda spp* sebagai predator mampu mengendalikan penyebaran penyakit dengan cara menekan laju pertumbuhan populasi hama kutu daun *Coccous Viridis Green* sehingga menyebabkan terhambatnya pertumbuhan populasi jamur *Capnodium sp* sebagai penginfeksi akibat berkurangnya embun madu / sumber makanan yang hanya dapat dihasilkan oleh populasi hama kutu daun melalui kotorannya.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Anton H., *Aljabar Linear Elementer Edisi ke-5 Terjemahan Pantur Silaban & I Nyoman Susila*, Erlangga, 1992, Jakarta.
- [2]. Ernawati, F., dan Yuniarti, F., *Mewaspada Embun Jelaga pada Tanaman Cengkeh*, Balai Besar Perbenihan dan Proteksi Tanaman Perkebunan Surabaya, 2014, Surabaya.
- [3]. Indriati, G., Khaerati., Soesanty F., *Pengendalian Hama Terpadu Hama Penggerek Cengkeh*, Sinar tani Rubrik Agroinovasi : 9-12, Balai Penelitian Tanaman Rempah dan Aneka Tanaman Industri, 2011, <http://www.litbang.pertanian.go.id/download/one/86/>.
- [4]. Mariana, L., *Skripsi : Hama Dan Penyakit Cengkeh Di Wilayah Kabupaten Kediri Jawa Timur*, Fakultas Pertanian Institut Pertanian Bogor (IPB), 2013, Bogor, <http://repository.ipb.ac.id/handle/123456789/67570>.

- [5]. Mawarsih., *Skripsi : Kelimpahan dan Keanekaragaman Kumbang Tinja (Coleptera : Scarabaeidae) di Kawasan Taman Wisata Pulau Situ Gintung Tangerang Banten*, Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah, 2011, Jakarta.
- [6]. Nugroho, Susilo., *Skripsi : Pengaruh Vaksinasi Terhadap Penyebaran Penyakit dengan Model Endemik SIR*, Universitas 11 Maret, 2009, Surabaya.
- [7]. Panggalo, N. A., Yunus, M., Khasanah, N., *Jurnal : Inventarisasi Predator Hama Helopeltis spp. (Hemiptera : Miridae) Pada Tanaman Kakao (Theobroma Cacao. L) Di Kecamatan Palolo Kabupaten Sigi*, Fakultas Pertanian Universitas Tadulako, 2014, Palu.
- [8]. Rismayani, Rubiyo, Ibrahim, M.S.D., *Dinamika Populasi Kutu Tempurung (Coccus Viridis Green) dan Kutu Daun (Aphis Gossyppi) Pada Tiga Varietas Kopi Arabika (Coffea Arabica)*, Balai Tanaman Industri dan Penyegar Sukabumi, Pusat Penelitian dan Pengembangan Perkebunan Bogor, 2013, Bogor.
- [9]. Subiono, *Sistem Linear dan Kontrol Optimal*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2013, Surabaya.